UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

1ª Avaliação escrita de Cálculo IV		
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 10/04/2008	
Aluno (a):	**Nota**	

2.00

1. Seja ***R*** a região do plano delimitada pelos gráficos de $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{3x - 18}$ e $y = 0$. Se *f* é continua em ***R***, exprima $\iint_R f(x, y)dA$ em termos de integrais iteradas:

(**a**) Encarando com uma região do tipo $\boldsymbol{R_x}$;

(**b**) Encarando com uma região do tipo $\boldsymbol{R_y}$;

2.50

2. Dada $\int_1^e \int_0^{\ln x} y\,dy\,dx$:

(**a**) Dê a representação gráfica e analítica do domínio de integração dessa integral.

(**b**) Inverta a ordem de integração e calcule a integral resultante.

3.00

3. (**a**) Dê a definição de integrais duplas em coordenadas polares sobre regiões mais gerais.

(**b**) Use (**a**) para encontrar o volume do sólido ***Q*** correspondente a região interior ao gráfico de equação $\boldsymbol{x^2 + y^2 + z^2 = 25}$ e exterior ao gráfico de $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 9}$.

2.50

4. Encontre o volume do sólido delimitado pelas superfícies dadas de equações $z = x^2 + y^2 + 1$, $x^2 + y^2 = 1$ e plano-*xy*.

BOA SORTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

2ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**2008.1**
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 05/06/2008
Aluno (a):	Nota

2.50	**5.** Calcule $\iiint_Q dV$ onde é a região tridimensional delimitada pelos gráficos de $z=x^2$, $z=4-x^2$, $y+z=3$ e o plano-xz.
2.50	**6.** Dê uma **RG** e uma **RA** do sólido S delimitado pelas superfícies de equações dadas por $z=r$ onde $z\geq 0$ e $x^2+y^2=1$. Use uma integral tripla para encontrar o volume de S.
2.50	**7.** Descreva o gráfico da equação em dimensões: (a) $\rho = 9$ (b) $r = 2\cos\theta$ (c) $\rho = 6 sen\phi \cos\theta$
2.50	**8.** Calcule a massa e pelo menos uma coordenada do centróide do sólido determinado pela superfície de equações dada por (a) do problema 3.

BOA SORTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

3ª Avaliação escrita de Cálculo IV		
Professor: *Afonso Henriques*	Data: 15/07/2008	
Aluno (a):	**Nota**	

2.00	**9.** Demonstre que *todo* ***campo vetorial quadrado inverso*** é ***conservativo***.
2.00	**10.** Ache um campo vetorial conservativo que tenha o potencial dado por: $$f(x,y,z)= x^2 -3\,y^2 +4z^2$$
3.00	**11.** Calcule a integral $\int_C (x-y)dx+(y-z)dy+xdz$ se C é uma curva que une os pontos $(0,0,0)$ e $(1,1,1)$ de duas maneiras: a) C consiste em dois segmentos de reta, o primeiro é bissetriz ao plano-*xy*, o segundo é paralelo ao eixo-*z*. b) C é um segmento retilíneo.
3.00	**12.** Se um campo de força inverso é dado por $F(x,y,z)=\dfrac{k}{\|r\|^3}r$ onde k é uma constante, ache o trabalho realizado por F quando o ponto de aplicação se move ao longo do eixo-x de $P(1,0,0)$ a $Q(2,0,0)$.

BOA SORTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

Atividade em Classe		
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 29/05/2008	
Aluno (a):	**Nota**	

Preparar uma aula sobre o tema: **Mudança de Variável em uma Integral Dupla e Jacobiano** (Obs. consultar o guia de estudo n° 2, pg. 17 a 20). Desenvolva os exemplos nele presentes e em seguida resolver os problemas abaixo (de acordo com a lista dos exercícios propostos em anexo).

No bloco de Exercs. 1-8, fazer os exercícios 3 e 8

No bloco de Exercs. 9-12, fazer os exercícios 9 e 10

No bloco de Exercs. 13-16, fazer os exercícios 14, 16

No bloco de Exercs. 19-22, fazer os exercícios 19 e 22

No bloco de Exercs. 23-28, fazer os exercícios 24 e 25

BOA SORTE

3ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**de 13:30 às 15:10**	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***		Data: 03/07/2007
Aluno (a):		Nota

3.00

13. Uma concho-espiral é uma curva C que admite a parametrização: $x = ae^{mt}\cos t$, $y = ae^{mt}\text{sen } t$, $z = be^{mt}$; $t \geq 0$, com a, b e m constantes.

i. Mostre que C está na superfície S dada pela equação $z^2 = \frac{b^2}{a^2}\left(x^2 + y^2\right)$.

ii. Ache o comprimento de C correspondente ao intervalo $[0,\infty]$ de t.

2.00

14. Um ponto se move sobre uma curva C de modo que o vetor posição **r**(t) de **P** é igual ao vetor tangente **r'**(t) para todo t. Ache as equações paramétricas de C.

2.00

15. Se f e **F** são uma função escalar e um campo vetorial, respectivamente, com derivadas parciais contínuas. Verifique a identidade: rot(∇f) = rot (rot **F**).

3.00

16. A força que atua em um ponto **P** do plano-xy é dada por **F**(x, y)= $\frac{4}{\|\mathrm{r}\|^3}\mathrm{r}$, onde r é o vetor posição de **P**. Ache o trabalho realizado por **F** ao longo do semicírculo de raio a.

BOA SORTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

Avaliação Final de Cálculo IV(2ª Chamada)	**de 14:30 às 16:30**	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***		Data: 06/08/2007
Aluno (a):		Nota

17. Considere as seguintes afirmações:

Uma região plana do tipo **A** é limitada à esquerda e a direita por retas verticais $x = a$ e $x = b$ e é limitada abaixo e acima por curvas distintas e continuas nessa região.

Uma região plana do tipo **B** é limitada abaixo e acima por retas horizontais $y = c$ e $y = d$ e é limitada a esquerda e a direita por curvas distintas e continuas nessa região.

(**a**) Dê uma representação analítica e gráfica de cada uma das regiões e as respectivas integrais iteradas de uma função f continua sobre tais regiões.

(**b**) Dê um exemplo satisfazendo essas considerações.

2.00

18. Se $0 \le z \le 4$, use uma integral adequada para calcular o volume do sólido delimitado por z e pela superfície rosaceana dada pela equação $r = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2\theta)$.

2.00

19. Se S é a parte interna, tanto da esfera centrada de raio 4 quanto dos cones dados pelas equações $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ e $x = \sqrt{y^2 + z^2}$ então dê uma representação gráfica e analítica de S e calcule o seu volume.

2.00

20. Calcule o trabalho realizado pelo campo de força $\vec{F}(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}\vec{i} + \frac{4}{x^2 + y^2}\vec{j}$ numa partícula que se move ao longo da curva C dada por $x^2 + y^2 = 4$ de (4, 0) a (0, 4).

2.00

21. Mostre que a integral de linha $\int_C y^2 dx + 2xy dy$ é independente de caminho e calcule essa integral ao longo do segmento de extremidades (-1, 2) e (1, 3).

2.00

BOA SORTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

Avaliação Final de Cálculo IV	**de 13:30 às 16:00**	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***		Data: 24/07/2007
Aluno (a):		Nota

22. Considere as seguintes afirmações:

Uma região plana do tipo **A** é limitada à esquerda e a direita por retas verticais $x=a$ e $x=b$ e é limitada abaixo e acima por curvas distintas e continuas nessa região.

Uma região plana do tipo **B** é limitada abaixo e acima por retas horizontais $y=c$ e $y=d$ e é limitada a esquerda e a direita por curvas distintas e continuas nessa região.

(**a**) Dê uma representação analítica e gráfica de cada uma das regiões e as respectivas integrais iteradas de uma função f continua sobre tais regiões.

(**b**) Dê um exemplo satisfazendo essas considerações.

2.00

23. Se $0 \le z \le 4$, use uma integral adequada para calcular o volume do sólido delimitado por z e pela superfície rosaceana dada pela equação $r = \frac{1}{2}\text{sen}(2\theta)$.

2.00

24. Se S é a parte interna, tanto da esfera centrada de raio 4 quanto dos cones dados pelas equações $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $y=\sqrt{x^2+z^2}$ e $x=\sqrt{y^2+z^2}$ então dê uma representação gráfica e analítica de S e calcule o seu volume.

2.00

25. Mostre que a divergente do campo quadrando inverso dado por

$$\vec{F}(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{\left(x^2+y^2+z^2\right)^3}}\left(x\vec{\mathrm{i}} + x\vec{\mathrm{j}} + x\vec{\mathrm{k}}\right)$$

É nula.

2.00

26. Calcule o trabalho realizado pelo campo de força $\vec{F}(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}\vec{\mathrm{i}} + \frac{4}{x^2+y^2}\vec{\mathrm{j}}$ numa partícula que se move ao longo da curva C dada por $x^2+y^2=4$ de (4, 0) a (0, 4).

2.00

BOA SORTE

1ª Avaliação escrita de Cálculo IV (2ª chamada)	2007.1
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 21/06/2007
Aluno (a):	Nota:

3.00	**27.** Dê uma RA[1] e gráfica da região de integração para cada integral iterada abaixo e calcule sua área. (a) $\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-u^2}}^{4-u^2} f(u,v)dvdu$ (b) $\int_{-1}^{2}\int_{u^2-4}^{u-2} f(u,v)dvdu$
2.00	**28.** Seja **IS** a interseção dos sólidos delimitados pelas superfícies de equações $x^2+y^2=9$ e $y^2+z^2=9$. Encontre o volume de **IS**.
2.00	**29.** Corta-se uma parte do plano $x+y+z=1$ pela superfície cilíndrica de equação $x^2+y^2=4$. Esboce a parte cortada e encontre sua área.
3.00	**30.** Dê a **RG** e uma **RA** do sólido **S** delimitado pelos gráficos de $z\text{-}3x^2=0$, $z\text{-}4+x^2=0$, $y=0$ e $z+y\text{-}6=0$. Encontre o Volume de S.

BOA SORTE

[1] Representações Analíticas (RA) e Representação Gráfica (RG)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

1ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 19/04/2007
Aluno (a):	Nota

3.00	**31.** Dê uma RA[2] do domínio *D* delimitada pelos gráficos das equações ***y* = sen*x*** e ***y* = cos*x***, para *x=0* e $x = \frac{\pi}{4}$. Expresse a integral dupla, $\iint_D (y+1)dA$ sobre *D* como integral iterada, e encontre o seu valor.
2.00	**32.** Use coordenadas polares para determinar o volume do sólido ***Q*** correspondente a região interior ao gráfico de equação $\boldsymbol{x^2 + y^2 + z^2 = 25}$ e exterior ao gráfico de $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 9}$.
3.00	**33.** Esboce o sólido no primeiro octante delimitado pelos gráficos das equações $z = 4 - x^2$; $x + y = 2$ e ache o seu volume.
2.00	**34.** Seja $f(x, y) \geq 0$ em toda uma região **R** no plano-*xy* com derivadas parciais contínuas em **R**, Mostre explicitamente que a fórmula de integral para achar a área de uma superfície que é o gráfico de *f* em **R** é dada por $A = \iint_R \sqrt{[f_x(x,y)]^2 + [f_y(x,y)]^2 + 1}$.

BOA SORTE

[2] Representações Analíticas (RA) e Representação Gráfica (RG)

1ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 10/05/2007
Aluno (a):	Nota

3.00	**35.** Seja *D* a região interior ao polígono de vértices (0, 2); (-4, -2); (4, -2) e exterior ao círculo de raio 1 centrado na origem. (a) Dê uma RA[3] e RG de *D*. (b) Encontre a área de *D* usando uma integral dupla.
2.00	Determine $\iint_D (x\cos y)\,dA$ sobre o domínio delimitado por $y=0$, $y=x^2$, $x = 1$. Esboce *D* e dê sua representação analítica.
2.00	**36.** Calcule o volume do sólido da interseção dos dois cilindros de equações $x^2+y^2=1$ e $x^2+z^2=1$.
3.00	**37.** Trace a RG do sólido S delimitado pelos gráficos de equações $z = x^2+ y^2$, $y=4-x^2$, $x= 0$, $y = 0$ e $z = 0$. Dê uma RA e determinar o volume.
	BOA SORTE

[3] Representações Analíticas (RA) e Representação Gráfica (RG)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT	**Cálculo IV**

1ª Avaliação escrita de Cálculo IV		**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***		Data: 19/04/2007
Aluno (a):		Nota
3.00	**38.** Dê uma RA[4] do domínio D delimitada pelos gráficos das equações $\boldsymbol{y = \operatorname{sen} x}$ e $\boldsymbol{y = \cos x}$, para $x=0$ e $x = \frac{\pi}{4}$. Expresse a integral dupla, $\iint_D (y+1)dA$ sobre D como integral iterada, e encontre o seu valor.	
2.00	**39.** Use coordenadas polares para determinar o volume do sólido $\boldsymbol{Q}$ correspondente a região interior ao gráfico de equação $\boldsymbol{x^2 + y^2 + z^2 = 25}$ e exterior ao gráfico de $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 9}$.	
3.00	**40.** Esboce o sólido no primeiro octante delimitado pelos gráficos das equações $z = 4 - x^2$; $x + y = 2$ e ache o seu volume.	
2.00	**41.** Seja $f(x, y) \geq 0$ em toda uma região **R** no plano-xy com derivadas parciais contínuas em **R**, Mostre explicitamente que a fórmula de integral para achar a área de uma superfície que é o gráfico de f em **R** é dada por $A = \iint_R \sqrt{[f_x(x,y)]^2 + [f_y(x,y)]^2 + 1}$.	
BOA SORTE		

[4] Representações Analíticas (RA) e Representação Gráfica (RG)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

1ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***	Data: 19/04/2007
Aluno (a):	Nota

3.00	**42.** Seja *D* a região interior ao polígono de vértices (3, 2); (4, 2); (4, 5); (1, 4). (a) Dê uma RA[5] e RG de *D*. (b) Encontre a área de *D* usando uma integral dupla.
2.00	**43.** Determine $\iint_D (2x - y)dxdy$ sobre o domínio $D = D_1 \cup D_2$ onde: $D_1 = \{(x, y); 2 \le x \le 4; \quad 1 \le y \le 2\}$. e $D_2 = \{(x, y); 1 \le x \le 4; \quad 1 \le y \le 3\}$. Esboce *D*.
2.00	**44.** Dê a RG do sólido S delimitado superior e inferiormente pela esfera $r^2 + z^2 = 4$ e lateralmente pelo cilindro $r = 1$. Encontre o Volume de S.
3.00	**45.** Trace a RG do sólido S delimitado pelos gráficos de equações $z = 9 - x^2$, $z = 0$, $y = -1$ e $y = 2$. Dê duas RA distintas possíveis a partir de S e as respectivas escritas de integrais duplas para determinar o volume.

BOA SORTE

[5] Representações Analíticas (RA) e Representação Gráfica (RG)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

3ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**de 13:30 às 15:10**	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***		Data: 03/07/2007
Aluno (a):		Nota

3.00	**46.** Prove que o rotacional e o divergente de um campo vetorial quadrado inverso são nulo e zero, respectivamente.
2.00	**47.** Calcule $\int_C xydx + x^2y^3dy$, onde C é gráfico de $x=y^3$ de (0,0) a (2,8).
2.00	**48.** Se f e **F** são uma função escalar e um campo vetorial, respectivamente, com derivadas parciais contínuas. Verifique a identidade: rot(∇f) = rot (rot **F**).

3.00	**49.** A força que atua em um ponto **P** do plano-xy é dada por **F**(x, y)= $\frac{4}{\lVert \mathrm{r} \rVert^3}\mathrm{r}$, onde r é o vetor posição de **P**. Ache o trabalho realizado por **F** ao longo do semicírculo de raio a.
	BOA SORTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET

COLEGIADO DO CURSO DE MATEMÁTICA - COLMAT

Cálculo IV

3ª Avaliação escrita de Cálculo IV	**de 20:20 às 22:00**	**2007.1**
Professor: ***Afonso Henriques***		Data: 03/07/2007
Aluno (a):		Nota

3.00	**50.** Uma curva C admite a parametrização: $x = a\,\text{sen}\,t\ \text{sen}\,\beta$, $y = b\,\text{sen}\,t\ \cos\beta$, $z = c\cos t$; $t \geq 0$, com a, b, c e β constantes positivos. i. Mostre que C está na superfície S dada pela equação $z^2 = c^2 - \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)c^2$. ii. Descreva C e S.
2.00	**51.** Um ponto se move sobre uma curva C de modo que o vetor posição **r**(t) e vetor tangente **r'**(t) sejam sempre ortogonais para todo t. Prove que C está sobre uma esfera centrada na origem.
3.00	**52.** Prove que o rotacional e o divergente de um campo vetorial quadrado inverso são nulo e zero, respectivamente.
2.00	**53.** Calcule $\int_C xydx + x^2y^3dy$, onde C é gráfico de $x=y^3$ de (0,0) a (2,8).

BOA SORTE