

# **ÁLGEBRA LINEAR**

RESUMO DA TEÓRIA



## **Universidade Estadual de Santa Cruz**

---

**GOVERNO DO ESTADO DA BAHIA**

RUI COSTA - GOVERNADOR

**SECRETARIA DE EDUCAÇÃO**

JERÔNIMO RODRIGUES - SECRETÁRIO

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ**

ALESSANDRO FERNANDES DE SANTANA - REITOR

MAURÍCIO SANTANA MOREAU - VICE-REITOR

---

### **DIRETORA DA EDITUS**

Rita Virginia Alves Santos Argollo

#### **Conselho Editorial:**

Rita Virginia Alves Santos Argollo – Presidente

Alexandra Marselha Siqueira Pitolli

Andréa de Azevedo Morégula

Carlos Pereira Neto

Dejane de Oliveira Silva

Elson Cedro Mira

Iracildo Silva Santos

Luciana Sedano de Souza

Lurdes Bertol Rocha

Maria Cristina Rangel

Maria Luiza Silva Santos

Maurício Santana Moreau

Raquel da Silva Ortega

Sabrina Nascimento

---

# **[ ÁLGEBRA LINEAR ]**

## **RESUMO DA TEÓRIA**

**71** exercícios  
resolvidos e

.....  
**80** exercícios  
propostos

CLÁUDIA RIBEIRO SANTANA  
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC  
Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas - DCET  
&  
JOSEPH NEE ANYAH YARTEY  
Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Departamento de Matemática - DMAT

**2<sup>a</sup> Edição**

Ilhéus - Bahia



**2022**

©2022 by CLÁUDIA RIBEIRO SANTANA E  
JOSEPH NEE ANYAH YARTEY  
1<sup>a</sup> EDIÇÃO 2008

Direitos desta edição reservados à  
EDITUS - EDITORA DA UESC

A reprodução não autorizada desta publicação, por qualquer meio,  
seja total ou parcial, constitui violação da Lei nº 9.610/98.

Depósito legal na Biblioteca Nacional,  
conforme Lei nº 10.994, de 14 de dezembro de 2004.

**PROJETO GRÁFICO E CAPA**  
Alencar Júnior

**DIAGRAMAÇÃO**  
Álvaro Coelho

**IMAGEM DA CAPA**  
*Swirl fractal* de Lars Sundström  
(retirado do site Stock.XCHNG)

**REVISÃO**  
Roberto Santos de Carvalho  
Pedro Carvalho

---

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S231      Santana, Cláudia Ribeiro  
              Álgebra linear: resumo da teoria: 71 exercícios  
              resolvidos e 80 exercícios propostos / Cláudia  
              Ribeiro Santana, Joseph Nee Anyah Yartey. – 2.  
              ed. – Ilhéus, BA: Editus, 2022.  
              206 p.: il.

ISBN: 978-65-86213-68-3

1. Álgebra linear. 2. Álgebra linear – Problemas,  
questões, exercícios. I. Yartey, Joseph Nee  
Anyah. II. Título.

---

CDD 512.5

Elaborado por Quele Pinheiro Valença – CRB- 5/1533

**EDITUS - EDITORA DA UESC**  
Universidade Estadual de Santa Cruz  
Rodovia Jorge Amado, km 16 - 45662-900 - Ilhéus, Bahia, Brasil  
Tel.: (73) 3680-5028  
[www.uesc.br/editora](http://www.uesc.br/editora)  
[editus@uesc.br](mailto:editus@uesc.br)

EDITORIA FILIADA À  
  
Associação Brasileira  
das Editoras Universitárias  
  
ASOCIACIÓN DE EDITORIALES  
UNIVERSITARIAS DE AMÉRICA  
LATINA Y EL CARIBE

# **Lista de ilustrações**

Figura 1 – Matriz na forma escada .....	21
Figura 2 – Tabela.....	64
Figura 3 – Plano Cartesiano .....	79
Figura 4 – Representação gráfica .....	115
Figura 5 – Elipse .....	178

# SUMÁRIO

<b>Introdução.....</b>	<b>9</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>1 Preliminares .....</b>	<b>11</b>
1.1 Corpos .....	11
1.2 Matrizes.....	14
1.3 Exercícios Resolvidos .....	22
1.4 Exercícios Propostos.....	36
1.5 Apêndice .....	40
1.6 Referências.....	43
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>2 Sistemas Lineares.....</b>	<b>45</b>
2.1 Exercícios Resolvidos .....	48
2.2 Exercícios Propostos.....	62
2.3 Apêndice .....	65
2.4 Referências.....	68
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>3 Espaços Vetoriais.....</b>	<b>69</b>
3.1 Exercícios Resolvidos .....	76
3.2 Exercícios Propostos.....	98
3.3 Apêndice I.....	101
3.4 Apêndice II.....	104
3.5 Referências.....	108

## CAPÍTULO 4

<b>4 Transformações Lineares .....</b>	111
4.1 Exercícios Resolvidos .....	116
4.2 Exercícios Propostos.....	139
4.3 Apêndice .....	143
4.4 Diagonalização .....	148
4.4.1 Exercícios Resolvidos .....	150
4.4.2 Formas Canônicas de Jordan .....	160
4.4.3 Aplicações .....	164
4.4.4 Exercícios Propostos.....	178
4.5 Referências.....	186

## CAPÍTULO 5

<b>5 Uma Aplicação do Teorema de Decomposição Primária.....</b>	187
5.1 Exemplos.....	190
5.2 Exercícios Propostos.....	194

## CAPÍTULO 6

<b>6 Respostas dos Exercícios Propostos.....</b>	197
--	-----

# Introdução

O presente material é um dos frutos do projeto de extensão Home Page de Matemática, que tem como objetivo principal a confecção de material didático para o uso dos alunos e professores dos cursos de Matemática e Ciências da UESC.

Tendo em vista que os livros-texto clássicos de Álgebra Linear estão muito bem escritos, não ousamos fazer mais um livro-texto com demonstrações de teoremas e proposições. Nossa objetivo foi preencher algumas lacunas deixadas por eles como, por exemplo, alguns resultados importantes na teoria quando trabalhados em espaços vetoriais de dimensão finita podem ser estendidos para dimensão infinita. E nos casos em que isto não é possível, contraexemplos foram citados.

Convém observar que este primeiro volume contempla somente a teoria até diagonalização de operadores lineares. Para dinamizar a leitura, fornecemos o resumo da teoria de forma lógica, sem demonstrações, passando para o coração do livro, que são os exercícios resolvidos que funcionam, na verdade, como exemplos, seguidos por exercícios propostos, com resposta no final do livro, para que os alunos ou professores sejam estimulados a pensar e tirar conclusões sobre pontos específicos da teoria.

Pelo fato de a maioria dos cursos introdutórios de Álgebra Linear focar a teoria em espaços vetoriais de dimensão finita, iniciamos o nosso estudo sobre o alicerce da Álgebra Linear em dimensão finita, que é o estudo de Matrizes.

No final de cada capítulo, foram acrescentados apêndices com a complementação da teoria dada naquele capítulo, ou então somente indicação de livros como sugestão de leitura, para os alunos que estejam interessados em aprofundar seus conhecimentos.

Os teoremas, proposições, ou seja, a teoria aqui apresentada têm a sua versão geral num corpo  $\mathbb{K}$  qualquer.

Gostaríamos de agradecer à Equipe EDITUS e ao Professor Pedro Carvalho pela revisão do texto.

Acreditamos que o livro será de grande utilidade e, num futuro próximo, desejamos ter a constatação de que o foi de fato. Apreciam a leitura.

Cláudia Santana e Joseph Yartey.