UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
E TECNOLÓGICAS

# Uma abordagem via Fourier para problemas elípticos não lineares no semiespaço

Nestor Felipe Castañeda Centurión
DCET-UESC
E-mail:nfccenturion@uesc.br

## RESUMO

Nesta palestra apresentamos uma abordagem via transformada de Fourier para problemas de fronteira que envolvem potenciais singulares.
Considerando o potencial de Kato na fronteira, obtemos que o problema

$$\begin{cases} -\Delta u = 0, & \text{em } \mathbb{R}^n_+ \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu} = g + \dfrac{\lambda}{|x'|}u, & \text{em } \partial\mathbb{R}^n_+ = \mathbb{R}^{n-1}, \end{cases} \tag{1}$$

tem solução sempre que $0 \leq \lambda < \lambda_*$, onde

$$\lambda_* = 2\frac{\Gamma^2(\frac{n}{4})}{\Gamma^2(\frac{n-2}{4})}.$$

A constante $\lambda_*$ é justamente a melhor para a desigualdade de Kato, a saber,

$$\int_{\mathbb{R}^n_+} |\nabla\varphi|^2 \geq \lambda_* \int_{\partial\mathbb{R}^n_+} \frac{\varphi^2}{|x|}, \quad \forall \varphi \in C_c^\infty(\overline{\mathbb{R}^n_+}).$$

Por outro lado, em [1] é provado, usando a desigualdade de Kato, um resultado onde a constante $\lambda_*$ é o limiar de existência em uma classe de soluções positivas e contínuas em $\mathbb{R}^n_+$ (no interior) para a versão parabólica de (1) e com dado inicial pertencente a $C_c^\infty$. Desde que não utilizamos a desigualdade de Kato, e como os espaços utilizados são diferentes daquele em [1], e reobtemos o mesmo valor limiar, o resultado indica que tal constante é instrínseca ao problema e independente do espaço e abordagem utilizados.

## Referências

[1] ISHIGE, K.; ISHIWATA, M. Heat equation with a singular potential on the boundary and the Kato inequality. *J. Anal. Math.*, v. 118, p. 161-176, 2012.