Universidade Estadual de Santa Cruz
Grupo de Pesquisa em Matemática Pura e Aplicada

Seminários de Geometria/Topologia

Título:
Propriedade de Borsuk-Ulam para 4-variedades

Dr. Anderson Paião dos Santos
UTFPR

21 de setembro de 2023, às 19:00, meet.google.com/jhj-pydo-fbj

Resumo: Conjecturado por S. Ulam e provado por K. Borsuk, o teorema conhecido como Teorema de Borsuk-Ulam estabelece que, para qualquer aplicação contínua $f\colon \mathbb{S}^n \to \mathbb{R}^n$, existe $x \in \mathbb{S}^n$ tal que x e seu antípoda $-x$ são colapsados num mesmo ponto pela aplicação f, isto é, $f(x) = f(-x)$. Uma generalização natural para este teorema é trocar a esfera $\mathbb{S}^n$ por um espaço topológico X equipado com uma involução livre τ, e o espaço euclidiano $\mathbb{R}^n$ por um espaço Y, e assim, dada uma aplicação contínua $f\colon X \to Y$, procurar saber da existência de algum ponto $x \in X$ tal que $f(x) = f(\tau(x))$. Quando este fato acontece para toda aplicação contínua $f\colon X \to Y$, dizemos que a tripla $(X, \tau; Y)$ satisfaz a propriedade de Borsuk-Ulam (PBU). Em [3], foi estudada a propriedade de Borsuk-Ulam para triplas $(M \times N, \tau \times \beta; \mathbb{R}^n)$, onde M e N são superfícies fechadas e $\tau \times \beta$ é a involução diagonal livre dada por $(\tau \times \beta)(x, y) = (\tau(x), \beta(y))$, para $(x, y) \in M \times N$. Nesta palestra, apresentamos alguns resultados obtidos e os estudos em andamento sobre a propriedade de Borsuk-Ulam para triplas $(M, \tau; \mathbb{R}^n)$ onde M é o espaço total de um fibrado em que a base e a fibra são ambas superfícies fechadas.

Referências

[1] K. Borsuk, *Drei Sätze über die n-dimensionale Euklidische Sphäre*, Fund. Math., **20** (1933), 177-190.

[2] D.L. Gonçalves, *The Borsuk-Ulam theorem for surfaces*, Quaestiones Mathematicae, **29** (2006), 117-123.

[3] D. L. Gonçalves, A. P. Santos, *Diagonal involutions and the Borsuk–Ulam property for product of surfaces*, Bull. Braz. Math. Soc. New Series **50**, 771-786, (2019).

[4] A. P. Santos, *Involuções e o teorema de Borsuk-Ulam para algumas variedades de dimensão 4*, PhD thesis, IME-USP, (2012).