



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
E TECNOLÓGICAS

Seminário de  
Matemática  
do DCET

## Sobre Teoremas do tipo Borsuk-Ulam.

Vinicius Casteluber Laass

DMAT-UFBA

E-mail: [vinicius.laass@ufba.br](mailto:vinicius.laass@ufba.br)

### RESUMO

Sejam  $S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \|x\| = 1\}$  a esfera  $n$ -dimensional e  $\mathbb{R}^n$  o espaço Euclidiano  $n$ -dimensional. O clássico Teorema de Borsuk-Ulam afirma que sempre que temos uma função contínua  $f : S^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ , existe um ponto  $x \in S^n$  tal que  $f(-x) = f(x)$ .

Na primeira parte desta palestra, mostraremos o significado geométrico deste resultado para o caso em que  $n = 2$  e algumas aplicações simples em fenômenos físicos.

Na segunda parte, trataremos da generalização do Teorema para funções entre Toros, mostrando que o resultado no caso geral é falso, mas que um refinamento do problema para deformações contínuas fornece resultados afirmativos em vários casos.

Por fim, apresentaremos o problema de Borsuk-Ulam para fibrados com base  $S^1$  e fibra Toro.

### Referências

- [1] K. Borsuk, *Drei Sätze über die  $n$ -dimensionale Euklidische Sphäre*, Fundamenta Mathematicae, **vol. 20** (1933), 177–190.
- [2] D. L. Gonçalves, D. Penteadó and J. P. Vieira, *Fixed Points on Torus Fiber Bundles over the Circle*, Fundamenta Mathematicae, **vol. 183 (1)** (2004), 1–38.
- [3] D. L. Gonçalves, J. Guaschi and V. C. Laass, *The Borsuk-Ulam property for homotopy classes of selfmaps of surfaces of Euler characteristic zero*, **arXiv:1608.00397**.