



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
E TECNOLÓGICAS

**Seminário de
Matemática
do DCET**

$\mathfrak{p} = \mathfrak{t}$ - Uma rara instância de igualdade entre ordens do infinito.

Samuel Gomes da Silva

Universidade Federal da Bahia - UFBA

E-mail: samuel@ufba.br

RESUMO

Recentemente Malliaris e Shelah resolveram um problema de Teoria dos Conjuntos que permaneceu em aberto por mais de 50 anos: a questão de determinar se os cardinais \mathfrak{p} e \mathfrak{t} (que são cardinais não-enumeráveis e limitados superiormente pela cardinalidade do contínuo) coincidem ou não. A solução deles foi (surpreendentemente!) dar uma resposta positiva ao problema, i.e., eles mostraram que $\mathfrak{p} = \mathfrak{t}$. Tal questão se relaciona naturalmente com a Hipótese do Contínuo: por exemplo, uma prova absoluta de que $\mathfrak{p} < \mathfrak{t}$ consistiria, em particular, numa prova da negação da Hipótese do Contínuo! Porém, como tanto a Hipótese do Contínuo como sua negação são afirmações consistentes, deve ficar claro que a única possibilidade para a desigualdade “ $\mathfrak{p} < \mathfrak{t}$ ” seria a de apresentar-se como uma desigualdade *consistente* - e, com efeito, ainda se buscavam (incessantemente) modelos para a Teoria dos Conjuntos (i.e., modelos para a Matemática) nos quais tal desigualdade pudesse ser verificada.

Também muito curiosamente, Malliaris e Shelah resolveram este problema de maneira quase acidental: o foco deles era resolver um outro problema, à primeira vista não-relacionado aos cardinais \mathfrak{p} e \mathfrak{t} e proveniente da Teoria dos Modelos. A demonstração de Malliaris e Shelah é muito sofisticada e sobre ela faremos apenas alguns comentários; o objetivo dessa palestra é apresentar uma série de resultados bastante conhecidos (já há bastante tempo) envolvendo estruturas associadas aos cardinais \mathfrak{p} e \mathfrak{t} , com ênfase na influência dos mesmos em inúmeras questões da Topologia Geral e da Teoria dos Conjuntos.