



Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
**XXIII OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA
DO SUL DA BAHIA**
Primeira Etapa - 9º ANO

Junho de 2023

Nome: _____

Escola: _____

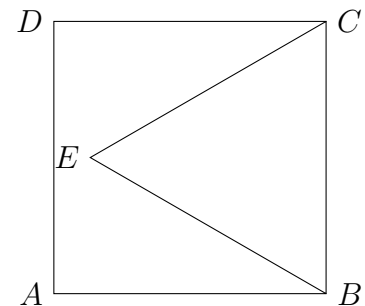
INSTRUÇÕES:

- Esta prova consta de **16 (dezesesseis)** questões objetivas e **1 (uma)** questão discursiva.
- Leia atentamente as questões e **marque a alternativa correta na Folha de Respostas**.
- A questão discursiva **só será aceita com os devidos desenvolvimentos (cálculos)**; para respondê-la, utilize a Folha de Respostas.
- A duração da prova será de 3 (três) horas.**
- Nenhum participante poderá se retirar da sala nos primeiros 30 (trinta) minutos.**
- Não se esqueça de preencher o cabeçalho com o **seu nome completo e o de sua escola**.
- Ao final, **assine a Lista de Presença**.

1. Um motorista de táxi faz o transporte de pessoas frequentemente entre duas cidades e percebeu que a velocidade média do carro sem passageiros é 16% maior do que a velocidade média com o número máximo de passageiros. Se ao levar a capacidade máxima, a velocidade média é de 75 km/h, qual é a velocidade média sem passageiros?

A) 91 km/h B) 87 km/h C) 80 km/h D) 96 km/h E) 78 km/h

2. Na figura abaixo, o lado do quadrado $ABCD$ mede 4 e o triângulo BCE é equilátero. Qual é a área da região $ABECD$?



A) $16 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $16 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $8 + \sqrt{3}$ D) $16 - \sqrt{3}$ E) $16 - 4\sqrt{3}$

3. Qual o valor da expressão $\frac{(ab)^2}{a^2 - b^2}(a^{-2} - b^{-2})$?

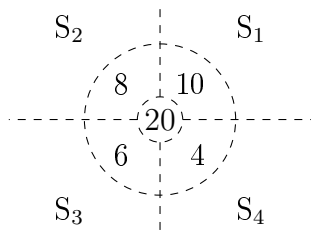
A) -1 B) 1 C) $(ab)^2$ D) b^2 E) $a + b$

4. Na soma abaixo, alguns números naturais foram substituídos pelas letras A, B, C e D . O valor de $B^2 + A \times D - C$ é:

$$\begin{array}{r} (-) \quad 5 \quad 3 \quad A \quad 7 \quad 2 \\ \quad 4 \quad B \quad 9 \quad C \quad 1 \\ \hline \quad D \quad 4 \quad 7 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

A) 6 B) 62 C) 156 D) 254 E) 256

5. Daniel, José e Maria participaram de um torneio utilizando arco e flecha. A pontuação, por setores fixos (S_1, S_2, S_3, S_4) e centro, está no alvo que gira 45 graus, no sentido anti-horário, a cada 10 segundos, conforme a figura abaixo. Após o primeiro lançamento, a cada giro será lançada mais uma flecha, totalizando 7 disparos para cada competidor. A ordem dos acertos está na tabela. Quem fez mais pontos no torneio?



| | Centro | S_1 | S_2 | S_3 | S_4 |
|--------|---------|-------|---------|---------|---------|
| Daniel | 1º e 4º | 7º | 2º | 5º | 3º e 6º |
| José | 3º e 6º | 7º | 1º e 5º | 4º | 2º |
| Maria | 2º e 7º | 1º | 4º e 6º | 3º e 5º | |

- A) José B) José e Maria C) Daniel D) Maria e Daniel E) Maria
6. Complete os espaços da figura abaixo com os algarismos 2, 6, 7 e 8, sem repetição, de modo que a soma do resultado de cada operação indicada (A, B, C) seja igual a 36. Então, o valor de $A + C - B^2$ é:

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \times \\ \hline 3 \\ \hline \downarrow \\ A \\ \hline \end{array}
 +
 \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline - \\ \hline \square \\ \hline \downarrow \\ B \\ \hline \end{array}
 +
 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline + \\ \hline \square \\ \hline \downarrow \\ C \\ \hline \end{array}
 = 36$$

- A) 24 B) 28 C) 32 D) 38 E) 42
7. Na aula de matemática, o professor mostrou a sequência de círculos brancos e pretos associados ao conjunto dos números inteiros positivos $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ ordenados da esquerda para a direita e depois fez uma pergunta.



Se continuarmos com a sequência, quantos círculos brancos aparecerão antes de vermos outro círculo preto?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
8. Em uma escola A , a manutenção das salas de aula é feita de acordo ao ano de estudo. A do 6º ano, a cada 3 dias, a do 7º ano, a cada 4 dias, a do 8º ano, a cada 6 dias, e a do 9º ano, a cada 8 dias. A última manutenção de todas as salas foi feita no dia 8 de maio. Quando será feita a próxima manutenção das salas juntas?
- A) 28 de maio B) 30 de maio C) 1 de junho D) 3 de junho E) 6 de junho
9. Um torneio de futebol será disputado por 4 equipes (A, B, C e D), cada uma recebeu uma quantidade de ingressos a serem vendidos pelo maior valor possível. As equipes A, B, C e D arrecadaram com a venda, respectivamente, R\$ 4.600,00, R\$ 5.200,00, R\$ 4.400,00 e R\$ 6.000,00. Quantos ingressos foram vendidos pelas equipes?
- A) 45 B) 87 C) 101 D) 150 E) 200
10. Na festa da escola foram convidadas 90 pessoas que são responsáveis pelas crianças. Na relação consta que o número de homens está para o de mulheres numa razão de $2/3$. Formando os pares de homem e mulher, quantas mulheres não formam par com um homem?
- A) 18 B) 20 C) 36 D) 42 E) 54

11. Telma resolveu realizar um sorteio de uma moto e distribuiu 8 cartelas numeradas pela sequência 5, 9, 15, 23, 35, 51, x , 103. A cartela premiada foi a de número x . Qual número foi atribuído a ela?
A) 67 B) 71 C) 76 D) 81 E) 89
12. Se cada operário recebe R\$ 100,00 por dia, qual o custo de um serviço de obra reduzido em 6 dias, sabendo que 12 operários levam 10 dias para realizar o mesmo serviço?
A) R\$ 12.000,00 B) R\$ 2.000,00 C) R\$ 15.000,00 D) R\$ 6.000,00 E) R\$ 16.000,00
13. João adquiriu um terreno na forma retangular com lados medindo 15 e 30 metros e resolveu deixar uma área para plantar frutas e verduras. Decidiu reservar uma área equivalente ao maior quadrado que ele possa marcar no terreno. Qual área foi reservada?
A) 144 m² B) 180 m² C) 225 m² D) 365 m² E) 450 m²
14. Uma academia da cidade atende mensalmente a 475 alunos. Se neste mês houve falta de pagamento de 12% dos alunos e o valor da mensalidade é de 90,00 reais, qual o valor arrecadado pela academia?
A) R\$ 17.600,00 B) R\$ 37.600,00 C) R\$ 37.500,00 D) R\$ 37.620,00 E) R\$ 27.700,00
15. Se $a = -3$ e $b = 2$, é correto afirmar que:
A) $a^b < 0$ B) $b^a < \frac{1}{16}$ C) $-a + \frac{b}{2} < 0$ D) $a^2 - b < 1$ E) $a + \frac{3b}{2} > -1$
16. Uma empresa realizou uma pesquisa para descobrir os produtos mais consumidos por seus clientes. Foi constatado que 35% dos entrevistados preferem apenas o produto A, 25% apenas o produto B, 22% os produtos A e B, e 144 clientes, apenas o produto C. Se o total de entrevistados corresponde a 20% do fluxo diário de clientes na empresa, quantas pessoas frequentam diariamente a empresa?
A) 3.000 B) 3.400 C) 3.800 D) 4.000 E) 4.600

Questão discursiva: Sabendo-se que $y = \sqrt{x}$ e $z = 2y^2 + x^2 - 3$. Determine o(s) valor(es) $x \in \mathbb{Z}$ de modo que $z = 0$.