

Breve introdução à teoria das identidades polinomiais



Universidade Estadual de Santa Cruz

GOVERNO DO ESTADO DA BAHIA

JERÔNIMO RODRIGUES - GOVERNADOR

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

ROWENNA DOS SANTOS BRITO

SECRETÁRIA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

ALESSANDRO FERNANDES DE SANTANA - REITOR

MAURÍCIO SANTANA MOREAU - VICE-REITOR

DIRETORA DA EDITUS

Rita Virginia Alves Santos Argollo

Conselho Editorial:

Rita Virginia Alves Santos Argollo – Presidente

Andréa de Azevedo Morégula

Antonia dos Reis Salustiano Evangelista

Cacá Gonçalves

Fernanda Viana Lima

Helena Costa

Jussara Tânia Silva Moreira

Lurdes Bertol Rocha

Maria Lícia Silva de Queiroz

Maria Luiza Silva Santos

Maurício Santana Moreau

Pedro Lopes Marinho

Roberto Santos de Carvalho

Sabrina Nascimento

Vitória Solange Coelho Ferreira

ESPAÑOL Y | ESPANHOL E
PORTUGUÊS | PORTUGUÊS
LÍNGUAS DE | LÍNGUAS DE
CIÊNCIA | CIÊNCIA

Gabriel Santana Monteiro
Fernanda Gonçalves de Paula
Geraldo de Assis Junior

Breve introdução à teoria das identidades polinomiais

Ilhéus - Bahia



Editora da UESC

2026

©2026 by GABRIEL SANTANA MONTEIRO
FERNANDA GONÇALVES DE PAULA
GERALDO DE ASSIS JUNIOR

Direitos desta edição reservados à
EDITUS - EDITORA DA UESC

A reprodução não autorizada desta publicação, por qualquer meio,
seja total ou parcial, constitui violação da Lei nº 9.610/98.

Depósito legal na Biblioteca Nacional,
conforme Lei nº 10.994, de 14 de dezembro de 2004.

DIAGRAMAÇÃO E CAPA

Ronaldo J.F. Barsotti - Zeta Studio
Sabrina Nascimento

REVISÃO

Josane Silva Souza

FINALIZAÇÃO

Sabrina Nascimento

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C376 Monteiro, Gabriel Santana
Breve introdução à teoria das identidades polinomiais /
Gabriel Santana Monteiro, Fernanda Gonçalves de Paula,
Geraldo de Assis Junior. – Ilhéus, BA: Editus, 2026.
123 p.

Referências: p. 121-123.
ISBN: 978-85-7455-643-7

1. Álgebra. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Material
didático – Matemática. I. Paula, Fernanda Gonçalves de. II.
Assis Junior, Geraldo de. III. Título.

CDD 512

Elaborado por Quele Pinheiro Valença – CRB 5/1533

EDITUS - EDITORA DA UESC
Universidade Estadual de Santa Cruz
Rodovia Jorge Amado, km 16 - 45662-900 - Ilhéus, Bahia, Brasil
Tel.: (73) 3680-5170 | www.uesc.br/editora
E-mail: secretaria.editus@uesc.br

EDITORA FILIADA À



PREFÁCIO

A ideia de produzir este livro surgiu da necessidade de disponibilizar à comunidade acadêmica uma literatura em português que fosse ao mesmo tempo abrangente, acessível e clara sobre a fascinante área das identidades polinomiais. É com imenso entusiasmo que apresentamos a obra "Breve Introdução à Teoria das Identidades Polinomiais", voltada especialmente para estudantes de graduação que se aventuram no estudo deste campo da álgebra.

Fruto de anos de dedicação à pesquisa em projetos de iniciação científica e à docência na disciplina "Introdução às Álgebras com Identidades Polinomiais", este texto reflete nossa busca por construir um material didático que sirva como porta de entrada a esse universo teórico. Com uma linguagem acessível e explicações cuidadosas, esperamos despertar o interesse e fornecer uma base sólida para futuros aprofundamentos na chamada PI-Teoria.

Organizamos o conteúdo em três capítulos. O primeiro apresenta um panorama histórico da PI-Teoria, proporcionando aos leitores um contexto significativo, e aborda conceitos fundamentais, exemplos e resultados básicos, com o objetivo de introduzir os estudantes à área de forma clara e envolvente. No segundo capítulo, exploramos conceitos de álgebras graduadas, aprofundando a análise com identidades graduadas e exemplos de aplicações, como superálgebras e suas propriedades. Por fim, o terceiro capítulo é dedicado às noções de supervariiedade, envoltório de Grassmann e álgebra supercomutativa livre, oferecendo uma base para novos estudos.

Gostaríamos de expressar nossos sinceros agradecimentos a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a concretização desta obra. Em especial, dedicamos nossa gratidão ao Prof. Dr. Sérgio Mota Alves (in memoriam), que nos iniciou neste ramo de estudos, nos orientou com sabedoria e generosidade, e cuja amizade deixou marcas profundas e inspiradoras em nosso trabalho.

Nosso desejo mais profundo é que esta obra inspire, oriente e capacite estudantes a explorarem as maravilhas da PI-Teoria, contribuindo para o desenvolvimento dessa área tão rica e instigante da matemática.

Boa leitura!

Fernanda, Gabriel e Geraldo.

SUMÁRIO

1 Conceitos Básicos sobre Álgebras	11
1.1 Breve Histórico	11
1.2 Álgebras	13
1.3 Produto Tensorial	33
1.4 Álgebras Livres, Identidades Polinomiais e Variedades	42
1.5 Polinômios Centrais e T-espços	61
2 Álgebras Graduadas	71
2.1 Álgebras G-graduadas	72
2.2 A $\mathbb{Z}_n$ -graduação de $M_n(\mathbb{K})$	82
2.3 A $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_2$ -graduação de $M_n(E)$	84
2.4 Identidades e polinômios centrais graduados	87
2.5 Álgebras supercomutativas	95
3 Envoltório de Grassmann e Superenvoltório	109
3.1 Envoltórios de Grassmann	110
3.2 Envoltórios supercomutativos (ou Superenvoltórios)	114
Referências	119